

Задача 3.1. (1 балл) Что больше: $333\,333 \cdot 444\,444$ или $222\,222 \cdot 666\,667$? На сколько?

Задача 3.2. (1 балл) Сколько есть разных строк, в которых встречаются только 0, + или −, а всего символов 5?

Задача 3.3. а) (2 балла) На левую чашу весов кладут гири, на правую — крупу. Сколько разных весов можно отмерить, если есть гири массой 1, 10, 100, 1 000, 10 000 г?

б) (4 балла) А если гири можно класть на обе чаши?

Задача 3.4. а) (3 балла) Кащей загадал три двузначных натуральных числа: a , b и c . За ход Иван Царевич называет Кашею три натуральных числа X , Y , Z , какие хочет, и Кашей сообщает Ивану сумму $aX + bY + cZ$. Как Ивану отгадать загаданные числа, сделав всего один ход?

б) (4 балла) Сможет ли Иван отгадать загаданные числа всего за два хода, если они не обязательно двузначные (но натуральные)?

Задача 3.5. Какое наименьшее число клеток белой доски 8×8 можно закрасить чёрным, чтобы хоть одна чёрная клетка обязательно нашлась

а) (2 балла) в каждой фигурке 1×2 ;

б) (2 балла) в каждом квадрате 2×2 ;

в) (3 балла) в каждом уголке из трёх клеток?



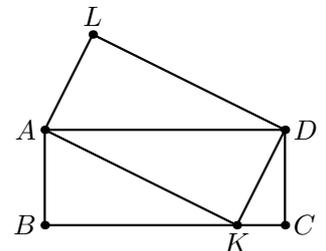
Задача 3.6. (4 балла) Играют двое, ходят по очереди. В двух столбиках написано по 11 минусов. За ход зачеркивают минус в любом столбике или по минусу в двух столбиках. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто (1-й или 2-й) может играть так, чтобы обеспечить себе победу (как бы ни играл соперник)?

Задача 3.7. (2 балла) 15 ребят собрали всего 100 орехов. Докажите, что какие-то 2 из них собрали орехов поровну.

Задача 3.8. (2 балла) Докажите, что площади прямоугольников $ABCD$ и $AKDL$ равны (см. рис.).

Задача 3.9. а) (1 балл) Разместите на доске 7×7 комплект кораблей для «Морского боя» (четыре корабля 1×1 , три корабля 1×2 , два корабля 1×3 и один корабль 1×4), так чтобы корабли не касались друг друга.

б) (4 балла) Удастся ли это сделать на доске 6×6 ?



Дополнительные задачи

Задача 3.10. (4 балла) Докажите: площади прямоугольников $ABCD$ и $AKLM$ равны (см. рис.).

Задача 3.11. (4 балла) На плоскости отметили 2016 точек так, что среди каждых трех из них найдутся две точки, расстояние между которыми меньше 1 см. Докажите, что найдется круг радиуса 1 см, внутри которого содержится не меньше 1008 отмеченных точек.

Задача 3.12. (4 балла) Король собрал 1000 придворных мудрецов и объявил, что завтра устроит им испытание. Мудрецам завяжут глаза, наденут каждому на голову колпак одного из двух цветов, построят в колонну, затем развяжут глаза. После этого мудрецы по очереди, начиная с последнего, будут называть какой-нибудь цвет из возможных. Кто назовет цвет своего колпака неправильно — тому голову с плеч. Сколько мудрецов гарантированно может спастись?

